



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 29 Σεπτεμβρίου 2005

Διδάσκοντες: Α. Απέκης, Ρ. Βλαστού, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες Απαντήστε σε όλα τα θέματα Τα θέματα είναι ισοδύναμα

**Θέμα 1.** Ένα σώμα μάζας  $m$  κινείται κατά μήκος του άξονα των  $x$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα βρίσκεται στο σημείο  $x=0$  και έχει ταχύτητα  $\vec{v}(0) = v_0 \hat{x}$  ( $v_0 > 0$ ). Πάνω στο σώμα ασκούνται μόνο η σταθερή δύναμη  $\vec{F}_1 = -F \hat{x}$ , ( $F > 0$ ) και η δύναμη  $\vec{F}_2 = -b\vec{v}$  ( $b > 0$ ).

(α) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος συναρτήσει του χρόνου  $t$ . Για ποια τιμή του  $t$  θα

μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος; Δίνεται:  $\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln\left(x + \frac{a}{b}\right) + c$

(β) Να βρεθεί η θέση του σώματος συναρτήσει του χρόνου  $t$ .

**Θέμα 2.** Ένα σωματίδιο μάζας  $m=1$  kg κινείται κατά μήκος του άξονα των  $x$ . Η δυναμική ενέργεια του σωματιδίου, συναρτήσει της θέσης του, δίνεται από τη συνάρτηση:

$$U(x) = x^2(6-x), \quad (-\infty < x < \infty), \quad (\text{σε μονάδες SI}).$$

(α) Σχεδιάστε τη συνάρτηση  $U(x)$ , αναδεικνύοντας μόνο τα κύρια χαρακτηριστικά της.

(β) Βρείτε τη δύναμη  $F(x)$  του πεδίου.

(γ) Βρείτε τα σημεία ισορροπίας του σώματος, εξηγώντας για το καθένα αν είναι σημείο ευσταθούς ή ασταθούς ισορροπίας.

(δ) Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί το σωματίδιο από τη θέση  $x=0$  για να απομακρυνθεί στο άπειρο;

**Θέμα 3.** Μικρό σώμα, μάζας  $m$ , περιστρέφεται με ταχύτητα  $V$  σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $a$  γύρω από τη Γη, κάτω από την επίδραση της δύναμης της βαρύτητας και μόνο. Η μάζα της Γης είναι ίση με  $M$ . Το σώμα συγκρούεται με όμοιο ακίνητο σώμα μάζας  $m$  και ενώνεται μαζί του, σχηματίζοντας ένα συσσωμάτωμα μάζας  $2m$ .

(α) Βρείτε, συναρτήσει του  $a$ , (i) την ταχύτητα  $V$  και (ii) την ταχύτητα  $v_0$  του συσσωματώματος αμέσως μετά τη σύγκρουση.

(β) Εξηγήστε γιατί η στροφορμή του συσσωματώματος ως προς το κέντρο της Γης διατηρείται σταθερή και είναι ίση με την αρχική στροφορμή του συστήματος. Βρείτε την τιμή της.

(γ) Βρείτε την ολική ενέργεια του συσσωματώματος. Περιγράψτε το είδος της τροχιάς που θα διαγράφει το συσσωμάτωμα.

(δ) Χρησιμοποιήστε τους νόμους διατήρησης για να δείξετε ότι η μέγιστη και η ελάχιστη απόσταση του συσσωματώματος από τη Γη, καθώς αυτό κινείται, είναι  $r_1 = a$  και  $r_2 = a/7$ , αντίστοιχα.

⇒⇒⇒

**Θέμα 4 (Σχετικότητα).** Δύο σωματίδια, A και B, το καθένα από τα οποία έχει μάζα ηρεμίας  $M = 1 \text{ GeV}/c^2$ , κινούνται, στο σύστημα αναφοράς ενός επιταχυντή, πάνω στον άξονα των  $x$  και σε αντίθετες κατευθύνσεις. Στο σύστημα του επιταχυντή, το σωματίδιο A κινείται με ταχύτητα  $v_{Ax} = -0,6c$  και το σωματίδιο B με ταχύτητα  $v_{Bx} = 0,6c$ .

- (α) Ποια είναι η ταχύτητα του σωματιδίου B στο σύστημα αναφοράς του σωματιδίου A;  
 (β) Ποια είναι η ενέργεια και η ορμή του σωματιδίου B στο σύστημα αναφοράς του σωματιδίου A;

### Γενικό Τυπολόγιο

$$\vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

#### Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς  $S'$  κινείται με ταχύτητα  $V \hat{x}$  ως προς ένα σύστημα αναφοράς  $S$ , και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν  $t = t' = 0$ , τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \quad \beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0 / \gamma \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}.$$

#### Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \quad m = m(v) = \gamma m_0 \quad p = \gamma m_0 v \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p'_x = \gamma\left(p_x - \frac{\beta E}{c}\right) \quad p'_y = p_y \quad p'_z = p_z \quad E' = \gamma(E - c\beta p_x)$$

Για φωτόνια:  $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad E = pc$